

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,  
МОЛОДЁЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ВЫСШЕЕ УЧЕБНОЕ  
ЗАВЕДЕНИЕ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра геофизических методов разведки

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**к лабораторной работе  
«РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ  
ГРАВИМЕТРИИ»**

**по дисциплине  
“Геофизические методы исследований”**

для студентов направления 6.040103 – ГЕОЛОГИЯ

**Днепропетровск  
2012**

Методические указания к лабораторной работе “Решение прямой и обратной задачи гравиметрии” по дисциплине “Геофизические методы исследований” для студентов направления 6.040103 – ГЕОЛОГИЯ / Сост. В.П. Солдатенко.– Днепропетровск: НГУ, 2012. – 8 с.

Составитель В.П. Солдатенко, кандидат геол.-мин. наук, доцент

Ответственный за выпуск заведующий кафедрой геофизических методов разведки доцент, доктор геологических наук Довбнич М.М.

**Цель работы.** Изучить принципы и приемы решения прямой и обратной задач гравиметрии для элементарных распределений масс.

### Теоретическая часть.

**Решение прямой задачи гравиметрии.** Прямая задача гравиметрии состоит в вычислении гравитационных эффектов, создаваемых отдельными избыточными массами. Поскольку на маятник гравиметра действует только вертикальная составляющая силы притяжения, практический интерес представляет вычисление интеграла

$$V_z(x, y, z) = \frac{\partial V}{\partial z} = k\Delta\sigma \iiint_V \frac{(z - z')dx'dy'dz'}{\left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 \right]^{3/2}}, \quad (1)$$

где  $V$  - потенциал притяжения,  $\Delta\sigma$  - избыточная плотность,  $k = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$  – гравитационная постоянная (постоянная Кавендиша).

Решение прямой задачи всегда однозначно, т.е. при известных форме, глубине залегания и избыточной плотности возмущающей (гравитирующей) массы в каждой точке наблюдений можно вычислить единственное значение силы притяжения.

Вычисление интеграла (1) значительно упрощается, если притягивающие массы заданы в виде тел простой геометрической формы – шара, цилиндра, призмы и т.п. В то же время результаты решения прямой задачи для подобных тел позволяют оценить величину создаваемых аномалий силы тяжести реальными геологическими структурами, поскольку в ряде случаев структуру удается аппроксимировать тем или иным телом простой геометрической формы.

**Притяжение однородным шаром.** При вычислении интеграла (1) начало координат выберем так, чтобы центр шара находился на оси  $z$ . Таким образом, координаты центра шара будут  $(0, 0, z')$ . Произвольную точку наблюдения  $P$

поместим на плоскости  $xOy$ , а координаты ее обозначим  $P(x, y, 0)$  (рис. 1). Теперь интеграл (1) можно переписать в виде

$$V_z(x, y, 0) = k\Delta\sigma \iiint_T \frac{z' dx' dy' dz'}{[(x)^2 + (y)^2 + (z')^2]^{3/2}}. \quad (2)$$

Известно, что однородный шар притягивает единичную массу так, как ее притягивала бы материальная точка, помещенная в центре этого шара и имеющая массу, равную избыточной его массе. Следовательно, решение можно получить непосредственно из подынтегрального выражения (2), заменив в нем  $\Delta\sigma T = \Delta m$  избыточной массой всего шара  $\Delta\sigma T dx' dy' dz' = \Delta m$  :

$$V_z(x, y, 0) = k \frac{M \cdot z'}{[(x)^2 + (y)^2 + (z')^2]^{3/2}}. \quad (3)$$

Если силу притяжения определять на профиле, проходящем через проекцию центра шара, то следует положить  $y=0$ ; тогда выражение (3) принимает вид

$$V_z(x, 0) = k \frac{M \cdot z'}{[(x)^2 + (z')^2]^{3/2}}. \quad (4)$$

Максимальное значение сила притяжения, как следует из (4), имеет в точке с координатой  $x=0$ :

$$V_{z\max} = k \frac{M}{(z')^2}. \quad (5)$$

При неограниченном увеличении расстояния  $x(x \rightarrow \infty)$  сила притяжения стремится к нулю, причем независимо от знака  $x$  она всегда положительна

(если  $\Delta\sigma > 0$ ) или отрицательна (если  $\Delta\sigma < 0$ ). График силы притяжения, создаваемой однородным шаром по профилю  $x$ , изображен на рисунке 1 (принято  $\Delta\sigma > 0$ ).

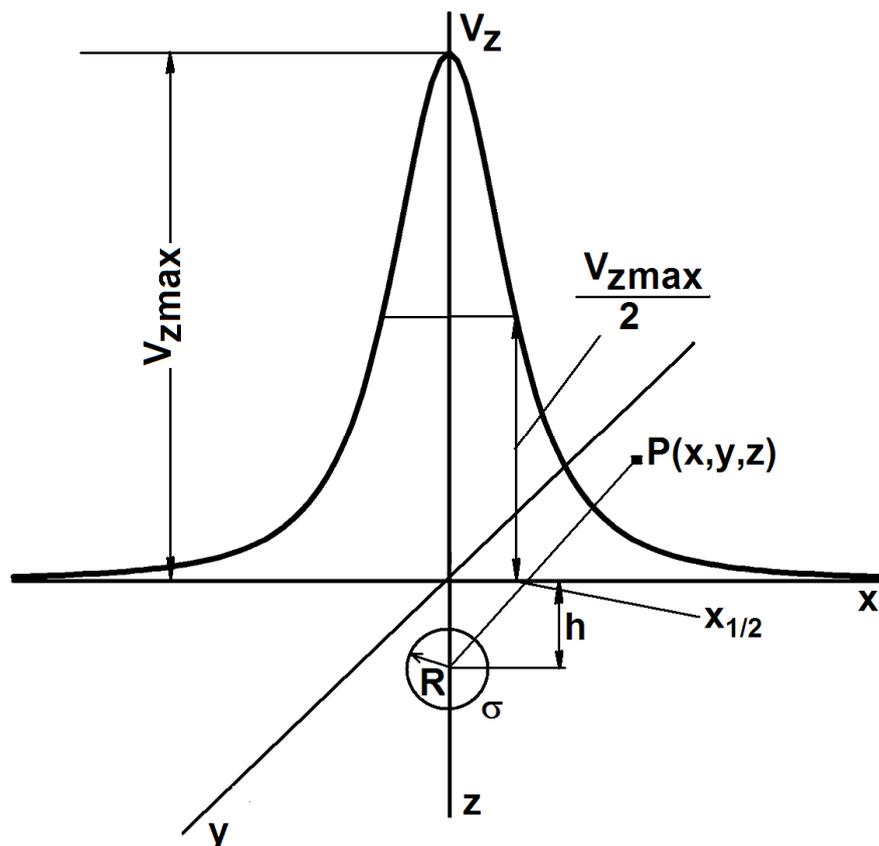


Рисунок 1 - Гравитационное поле  $V_z$  шара

Оценим величину силы притяжения, созданной шаром, радиус которого  $R=660$  м, глубина залегания центра  $z'=2R=1320$  м, избыточная плотность  $\Delta\sigma=0.25$  г/см<sup>3</sup>, избыточная масса  $M=300 \times 10^6$  т: максимальное значение  $V_{zmax}$  составит всего около 1 мГал. Примерно в таких же пределах находятся значения наблюдаемых аномалий от многих реальных локальных геологических структур.

**Решение обратной задачи гравиметрии** заключается в нахождении по заданным значениям аномалий силы тяжести избыточной массы, глубины залегания и конфигурации возмущающих тел и базируется на исходных

выражениях, определяющих гравитационный эффект, создаваемый возмущающими телами.

Обратная задача не имеет однозначного решения, поскольку масса возмущающего тела связана с его объемом и избыточной плотностью через одно уравнение:  $M = \Delta\sigma \cdot T$ . Поэтому конфигурацию аномалеобразующего тела можно определить только в том случае, если известна его избыточная плотность или ее можно найти независимо. При решении обратной задачи необходимо дополнительно принять ряд жестких условий: наиболее часто избыточную плотность тел, создающих гравитационные аномалии, считают постоянной и задаются исходной формой аномалеобразующих тел (правильная, неправильная, двухмерная, трехмерная и т.д.) и др. Таким образом, обратную задачу всегда решают применительно к некоторой выбранной из априорных соображений гравиметрической модели реального геологического разреза. Естественно, что результаты интерпретации будут тем достовернее, чем более обосновано выбрана гравиметрическая модель разреза.

Рассмотрим принципы решения обратной задачи гравиразведки на примере возмущающего тела простейшей геометрической формы.

*Однородный шар.* Для вычисления притяжения, создаваемого однородным шаром с избыточной массой  $M$ , центр которого находится на глубине  $z'$ , было получено выражение (4). Это выражение можно использовать и для решения обратной задачи, полагая в нем два неизвестных – избыточную массу  $M$  и глубину залегания центра шара  $z'$ . Для их нахождения достаточно составить систему из двух уравнений. Первое уравнение составим, пользуясь значением притяжения (5) в точке  $x=0$  (см. рис. 1).

Второе уравнение удобно составить, используя значение притяжения в точке  $x_{1/2}$ , в которой  $(V_z)_{1/2} = V_{z \max} / 2$ . Из формулы (4) получим

$$\frac{V_{z \max}(x,0)}{2} = k \frac{M \cdot z'}{[(x_{1/2})^2 + (z')^2]^{3/2}}. \quad (6)$$

Решив уравнения (5) и (6) совместно, определим глубину залегания шара:

$$k \frac{M}{(z')^2} = k \frac{M \cdot z'}{\left[ (x_{1/2})^2 + (z')^2 \right]^{3/2}}, \quad (7)$$

$$\left[ (x_{1/2})^2 + (z')^2 \right]^{3/2} = (z')^3, \quad (7')$$

$$z' \approx 1.305 x_{1/2}. \quad (7'')$$

Затем, подставив выражение (7'') в (5), найдем избыточную массу шара:

$$M = \frac{(z')^2 \cdot V_{z_{\max}}}{k}. \quad (8)$$

Если известна избыточная плотность, то можно определить радиус шара и глубину залегания его наивысшей к поверхности наблюдений точке  $h$ :

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \Delta \sigma; \quad R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi \Delta \sigma}}; \quad h = z' - R$$

### Содержание работы.

1. Согласно выданному варианту задания построить на масштабной бумаге (желательно формата А4) график изменения силы тяжести вдоль профиля, предварительно выбрав удобный масштаб.
2. Приняв массы в виде однородного шара и задавшись избыточной плотностью, определить глубины до его центра и поверхности.
3. Изобразить под линией профиля полученную модель гравитирующих масс.

4. Для полученной модели решить прямую задачу. График поля изобразить вместе с заданным. Оценить степень совпадения заданного и вычисленного полей (качественно и посчитав среднее квадратическое отклонение).

Отчет о лабораторной работе должен включать 1.5-2 страницы текста, описывающего ход выполнения задания, графики исходного и вычисленного полей вместе с моделью и указанием основных параметров, которые определялись в процессе работы (пример оформления показан на рис. 2), таблицу с результатами решения прямой задачи и оценкой расхождения исходного и вычисленного полей (пример приведен в таблице 1).

$$\delta = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta^2}{N}},$$

$\Delta_i = V_{z(исх)} - V_{z(выч)}$  – разности исходного и вычисленного полей в каждой точке профиля.

### **Контрольные вопросы**

1. Почему решения прямой и обратной задач гравиметрии чаще рассматривают для вертикальной составляющей потенциала?
2. Что понимают под однозначностью решения прямой задачи гравиметрии?
3. Каковы основные особенности графика  $V_z$  для однородного шара?
4. Оценить максимальную величину силы тяжести  $V_z$  над центром шара, имеющего радиус 0.5 км, верхнюю кромку на глубине 0.1 км, избыточную плотность 0.10 г/см<sup>3</sup>.
5. Почему решение обратной задачи гравиметрии (например, для шара) является неоднозначным?
6. Оценить величину массы шара, если максимальное значение поля 2 мГал, а глубина до центра модели 1 км.

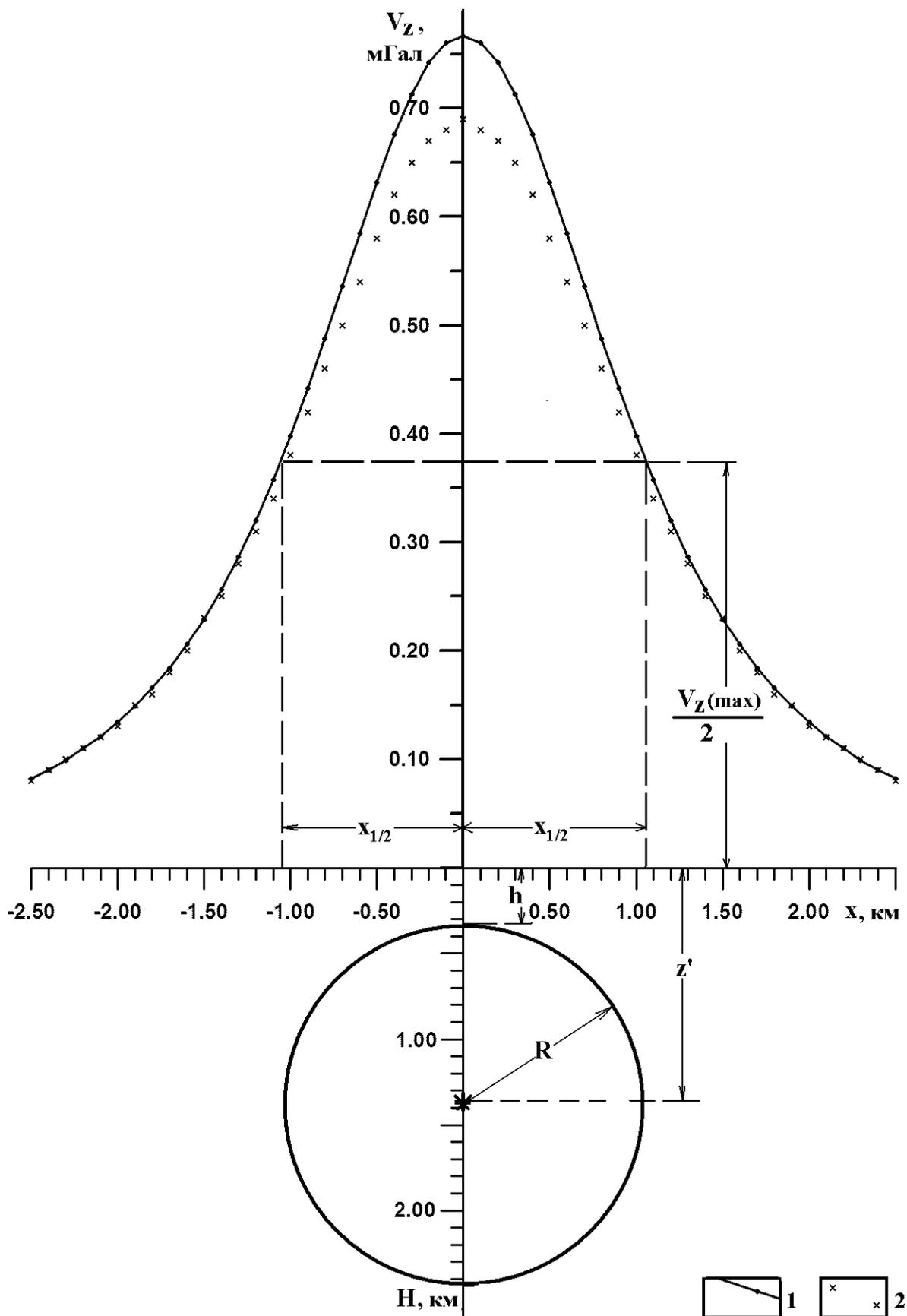


Рисунок 2 – Пример оформления выполненной работы. Исходное (1) и вычисленное (2) поля  $V_z$  шара с параметрами:  $R=1.01$  км,  $z'=1.37$  км,  $h=0.36$  км,  $\Delta\sigma=0.05$  г/см<sup>3</sup>

## Пример оценки расхождения исходного и вычисленного полей

X, км	V <sub>z</sub> , мГал		$\Delta_i$	$\Delta_i^2$
	Исх.	Выч.		
1	2	3	4	5
-2.50	0.08	0.08	0.00	0.0000
-2.40	0.09	0.09	0.00	0.0000
-2.30	0.09	0.10	-0.01	0.0001
-2.20	0.11	0.11	0.00	0.0000
-2.10	0.12	0.12	0.00	0.0000
-2.00	0.13	0.13	0.00	0.0000
-1.90	0.14	0.15	-0.01	0.0001
-1.80	0.16	0.16	0.00	0.0000
-1.70	0.18	0.18	0.00	0.0000
-1.60	0.20	0.20	0.00	0.0000
-1.50	0.22	0.23	-0.01	0.0001
-1.40	0.25	0.25	0.00	0.0000
-1.30	0.28	0.28	0.00	0.0000
-1.20	0.32	0.31	0.01	0.0001
-1.10	0.35	0.34	0.01	0.0001
-1.00	0.39	0.38	0.01	0.0001
-0.90	0.44	0.42	0.02	0.0004
-0.80	0.48	0.46	0.02	0.0004
-0.70	0.53	0.50	0.03	0.0009
-0.60	0.58	0.54	0.04	0.0016
-0.50	0.63	0.58	0.05	0.0025
-0.40	0.67	0.62	0.05	0.0025
-0.30	0.71	0.65	0.06	0.0036
-0.20	0.74	0.67	0.07	0.0049
-0.10	0.76	0.68	0.08	0.0064

1	2	3	4	5
0.00	0.76	0.69	0.07	0.0049
0.10	0.76	0.68	0.08	0.0064
0.20	0.74	0.67	0.07	0.0049
0.30	0.71	0.65	0.06	0.0036
0.40	0.67	0.62	0.05	0.0025
0.50	0.63	0.58	0.05	0.0025
0.60	0.58	0.54	0.04	0.0016
0.70	0.53	0.50	0.03	0.0009
0.80	0.48	0.46	0.02	0.0004
0.90	0.44	0.42	0.02	0.0004
1.00	0.39	0.38	0.01	0.0001
1.10	0.35	0.34	0.01	0.0001
1.20	0.32	0.31	0.01	0.0001
1.30	0.28	0.28	0.00	0.0000
1.40	0.25	0.25	0.00	0.0000
1.50	0.22	0.23	-0.01	0.0001
1.60	0.20	0.20	0.00	0.0000
1.70	0.18	0.18	0.00	0.0000
1.80	0.16	0.16	0.00	0.0000
1.90	0.14	0.15	-0.01	0.0001
2.00	0.13	0.13	0.00	0.0000
2.10	0.12	0.12	0.00	0.0000
2.20	0.11	0.11	0.00	0.0000
2.30	0.09	0.10	-0.01	0.0001
2.40	0.09	0.09	0.00	0.0000
2.50	0.08	0.08	0.00	0.0000

$$\delta = 0.0321 \text{ мГал}$$